

## Estudio numérico de convección térmica en una cavidad llena con dos fluidos

Ing. Angel BETANCOURT L., Institute of Computational Fluid Dynamics, Tokyo, Japón.

### Extracto General.

Un estudio numérico fue conducido para analizar los procesos de convección térmica en una cavidad sujeta a transferencia de calor en las paredes verticales y llena con dos fluidos que obedecen la aproximación de Boussinesq. Resultados en forma de vectores de velocidad y coeficientes de transferencia de calor son presentados en los casos en que una condición de frontera térmica que depende del tiempo es impuesta en la pared caliente. Las ecuaciones de continuidad, momento y energía gobiernan el comportamiento de los fluidos. La curvatura de la interface y los esfuerzos cortantes en la interface son incorporados en la discretización de las ecuaciones. Como se quiere que sólo los efectos de la condición de frontera en la pared caliente estén presentes, convección de Marangoni ( $Ma=0$ ) no fue tomada en cuenta. La posibilidad de que el fenómeno de resonancia ocurra dentro de la cavidad es investigada. Con este fin, un detallado análisis de los cambios en los campos de velocidad y temperatura debido a las variaciones de la frecuencia de oscilación  $\omega$  es llevado a cabo.

### Introducción.

En un reciente artículo[1], un modelo numérico fue implementado con el propósito de simular un sistema compuesto por dos fluidos en una cavidad. Comparaciones fueron efectuadas con los resultados de experimentos y simulaciones por ordenador reportados en previos artículos. Los resultados mostraron la habilidad del presente método de reproducir los datos de los previamente mencionados artículos. En un siguiente artículo[2], los efectos de las relaciones de las propiedades físicas de los fluidos fue estudiada en mayor detalle basado en los análisis de los campos de velocidad y temperatura. Fue claramente demostrado como las estructuras del campo de flujo dentro de la cavidad dependen de los valores de las relaciones de las propiedades termo-físicas de los fluidos. En estos estudios, las paredes verticales de la cavidad fueron mantenidas a temperatura constante mientras que las paredes horizontales bajo condiciones adiabáticas. Usando ésta configuración como referencia, este artículo pretende estudiar los efectos en los campos de velocidad y temperatura dentro de la cavidad cuando la condición de frontera en la pared caliente es reemplazada por una onda senoidal, especialmente la posibilidad que el fenómeno de resonancia ocurra.

### Método de Solución: 1. Ecuaciones Básicas.

Un esquemático del modelo físico y sistema de coordenadas es mostrado en la Figura 1. La cavidad está completamente llena con dos fluidos que no se mezclan, formando un sistema estratificado estable. Adicionalmente, las siguientes condiciones son asumidas: 1. flujo incompresible, 2. El análisis se efectúa en dos dimensiones, 3. la aproximación de Boussinesq es válida. El flujo en cada región obedece las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía. Para satisfacer las condiciones en la interface de los fluidos, un balance de masa, fuerza y calor es llevado a cabo en esta región. Una completa descripción de la formulación matemática puede ser encontrada en la referencia [1]. Para poder medir el grado de oscilaciones dentro de la cavidad, el número de Nusselt es normalizado de la siguiente forma  $Nu^* = (Nu - Nu_{ref})/Nu_{ref}$ , donde  $ref$  indica el caso de referencia ( $\varepsilon=0$ ). La amplitud  $A(Nu)$  del número de Nusselt durante un período de oscilación es definida de la siguiente forma  $A(Nu) = [\text{Max}\{Nu(\tau)\} - \text{Min}\{Nu(\tau)\}]/2$ , donde  $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + 2\pi/\omega$ .

### 2. Método de discretización.

Después de transformar las ecuaciones básicas en un sistema generalizado de coordenadas, ellas son discretizadas utilizando el método de diferencias finitas. El método de solución está basado en el algoritmo PISO [3]. Las derivadas espaciales son discretizadas

utilizando diferencias finitas centrales de segundo orden con la excepción de los términos convectivos no-lineales en los cuales un esquema de tipo UPWIND de tercer orden es usado [4]. La integración en el tiempo es llevada a cabo usando el método de Euler. Debido a que la posición de la interface cambia con el tiempo, re-construcción del sistema de celdas es necesario durante el transcurso de la simulación. Un sistema de 33x65 celdas es utilizado cuando el número de Rayleigh es  $3.57 \times 10^5$ , y 49x65 celdas cuando el número de Rayleigh es  $3.57 \times 10^6$ .

### 3. Condiciones de Frontera.

Como es mostrado en la Figura 1, las siguientes condiciones son impuestas: los componentes del vector de velocidad son cero en las paredes de la cavidad, no flujo de calor a través de las paredes horizontales, un valor constante de temperatura es mantenido en la pared fría ( $\theta = -0.5$ ), en la pared caliente una condición de frontera que depende del tiempo es impuesta ( $\theta = 0.5 + \varepsilon \sin(\omega\tau)$ ); donde,  $\varepsilon$ ,  $\omega$  y  $\tau$  son los normalizados valores de la amplitud, frecuencia y tiempo de las oscilaciones de la temperatura en la pared. Inicialmente, los fluidos están inmóviles y mantenidos a igual temperatura; entonces, los cambios térmicos en las condiciones de frontera son impuestos y la simulación numérica empieza.

### Resultados y Discusión.

Durante las presentes simulaciones, los siguientes valores fueron utilizados para representar las propiedades físicas de los fluidos:  $Pr_1 = 93.4$ ,  $Ma = 0$ ,  $Ca = 2.7 \times 10^{-5}$ ,  $\rho_1 = 0.7800$ ,  $\beta_1 = 1.1700$ ,  $k_f = 0.5600$ ,  $\mu_f = 0.8142$ ,  $\nu_f = 1.0438$ ,  $\alpha_f = 0.9150$ ,  $H/L = 2.0$ ,  $\varepsilon = 0.05$ . El valor de  $\omega$  fue sistemáticamente variado. (Nota:  $Pr$  es el número de Prandtl,  $Ma$  es el número de Marangoni,  $Ca$  es el número de Capilaridad,  $\rho$  es la densidad,  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica,  $\alpha$  es el coeficiente de difusividad térmica,  $k$  es el coeficiente de conductividad térmica,  $\mu$  es el coeficiente de viscosidad cinemática y  $r$  indica la relación entre las propiedades de los fluidos,  $\rho_1 = \rho_2 / \rho_1$ )

La distribución de la velocidad en el plano vertical medio ( $x = 0.5$ ) es mostrada en la Figura 2. La forma en que la velocidad está distribuida indica que una célula rotando en la dirección del reloj llena cada nivel de la cavidad. Grandes gradientes son observados a lo largo

de las paredes como también a lo largo de la interface entre los fluidos; mientras que en el núcleo de cada nivel el fluido está casi inmóvil ( $U_{x=0.5} \sim 0$ ). Cuando una distribución senoidal es impuesta en la pared caliente, un estado oscilatorio es obtenido dentro de la cavidad. La magnitud absoluta del vector de velocidad es incrementada (decrecida) dependiendo en la condición relativa de calentamiento (enfriamiento) en la pared caliente.

Las fluctuaciones de  $Nu^*$  como una función de la frecuencia  $\omega$  son mostrada en la Figura 3. Se puede observar que el valor de  $Nu_h^*$  aumenta cuando  $\omega$  aumenta. El comportamiento de  $Nu_c^*$  es completamente contrario, su valor disminuye a medida que  $\omega$  aumenta. Esto es explicado en la medida que el período de oscilación disminuye al aumentar  $\omega$ ; por lo tanto, perturbaciones en la pared caliente no penetran completamente en la cavidad. Concerniente a  $Nu_m^*$ , los resultados muestran que cierto grado de intensificación en los flujos es obtenido for  $\omega \sim 0.3$ ; especialmente, en el caso de  $Ra_1 = 3.57 \times 10^6$  ( $Ra$  es el número de Rayleigh). Este resultado es similar con los resultados presentados en [5], cuando un sólo fluido es analizado. En caso de que el número de Rayleigh sea aumentado (por ejemplo, en el orden de  $10^7$ ), el flujo no alcanza un estado estable en el caso de  $\omega = 0.0$ ; por lo tanto, las pertinentes comparaciones no pueden ser llevadas a cabo. La Figura 3 también sugiere que a mayores valores de  $\omega$ , las oscilaciones dentro de la cavidad son disipadas y los efectos de las condiciones de frontera en la pared caliente son confinados a una región en la vecindad de la pared. Hay que tener presente que durante las presentes simulaciones, los números de Prandtl utilizados son del orden de  $O(100)$ ; por lo tanto, efectos disipativos son de importancia. Las partes oscilatorias de las corrientes de flujo ( $\psi = \psi - \psi_{ref}$ ) y temperatura ( $\theta = \theta - \theta_{ref}$ ) son mostradas en la Figura 4. Cuando  $\omega \sim 0.3$ , inicialmente ( $\omega\tau = 0$ ) una célula existe en cada nivel rotando en la dirección contraria al reloj (CCW) debido a la condición relativa de enfriamiento en el ciclo previo. La condición relativa de calentamiento en la pared caliente ( $\theta > 0$ ) origina una nueva célula en cada nivel rotando en la dirección del reloj (CW) que eventualmente desplaza la CCW célula ( $\omega\tau = \pi$ ). Cuando  $\theta < 0$ , el proceso antes descrito se invierte. Como fue explicado en [5], este comportamiento sincronizado debido a las oscilaciones de temperatura es la causa de la gran intensificación del flujo. Cuando  $\omega \sim 0.05$ , el período de oscilación de la pared caliente es mayor que el tiempo requerido por las

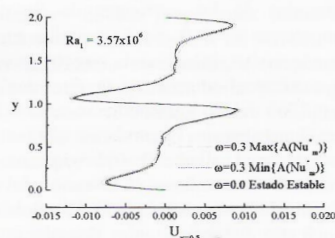
perturbaciones para ocupar toda la cavidad, debido a ésto hay residuos de los efectos del relativo enfriamiento (calentamiento) del ciclo anterior, dando como resultado una disminución en las fluctuaciones de los fluidos. Cuando  $\omega \sim 1.0$ , los cambios de la condición de frontera son tan rápidos que sus efectos son sólo sentidos en la vecindad de la pared caliente. Estos efectos continúan en existencia aún cuando la condición relativa de calentamiento (enfriamiento) cambia; como resultado una estratificación de las oscilaciones obtenidas que inhiben la amplificación del flujo.

### Conclusiones.

Un estudio numérico fue conducido para analizar los efectos de un condición de frontera dependiente del tiempo en las propiedades de transporte dentro de una cavidad llena con dos fluidos. Bajo las condiciones del presente artículo, se pudo observar que los campos de flujo y de temperatura fueron intensificados cuando un valor de  $\omega \sim 0.3$  es impuesto. Este comportamiento es más claramente observado cuando el valor mayor del número de Rayleigh es usado.

### Referencias

- 1) Bethancourt L., A.M., *et al.*, 1999, "Natural Convection of a two-layer fluid in a side-heated cavity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2427-2437
- 2) Bethancourt L., A.M., *et al.*, 1999, "Bouyant convection of a two-layer liquid system in a cavity:



Effects of property variations", *Int. J. Heat Mass Transfer*, submitted for publication

- 3) Issa, R.I., 1985, "Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting," *J. Comp. Phys.*, vol. 62, pp. 40-65
- 4) Kuwamura, T., and Kuwahara, K., 1984, "Computation of high Reynolds number flows around a circular cylinder with surface roughness," *ALAA paper 84-0340*
- 5) Kwak, H.S., and Hyun, J.M., 1996, "Natural convection in an enclosure having a vertical sidewall with time-varying temperature," *J. Fluid Mech.*, vol. 329, pp. 65-88

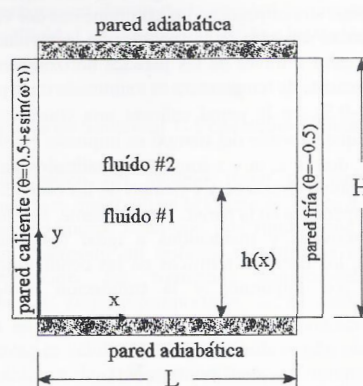


Figura 1. Esquemático del modelo físico y del sistema de coordenadas

Figura 2. Componente horizontal del vector de velocidad en el plano vertical medio



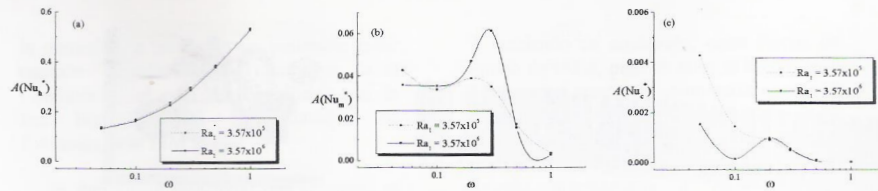


Figura 3. Oscilaciones del número de Nusselt con respecto a la frecuencia. (a) pared caliente  $x=0$ , (b) plano medio  $x=0.5$ , (c) pared fría  $x=1.0$

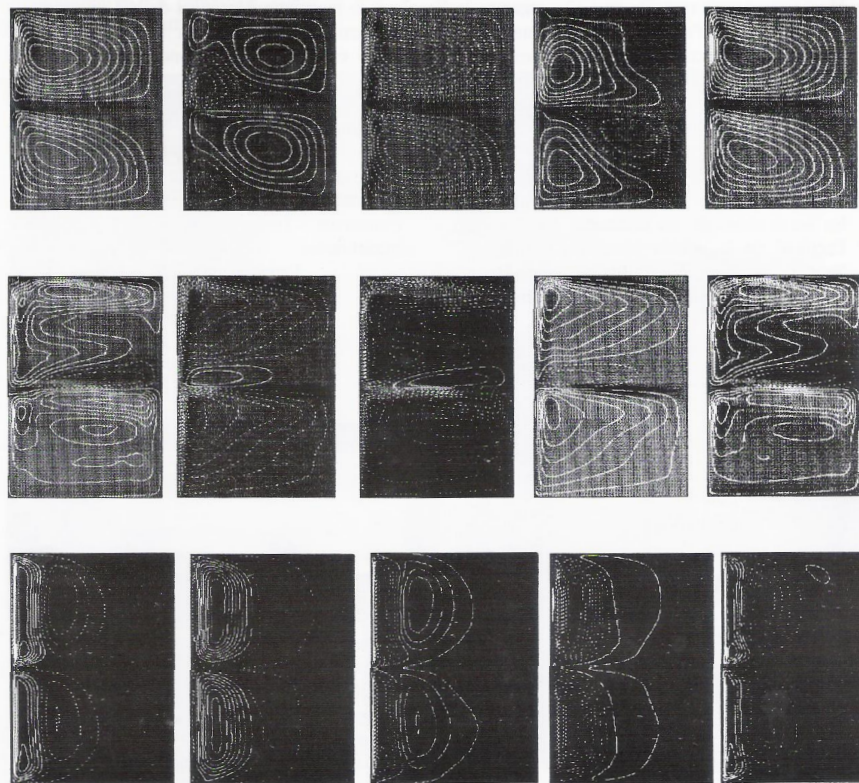


Figura 4. Oscilaciones de las corrientes de flujo (líneas de contorno) y temperatura (rojo(max.)->azul(min.))  $Ra_1=3.57 \times 10^6$ . (a)  $\omega=0.3$ , (b)  $\omega=0.05$ , (c)  $\omega=1.0$